

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Matemáticas: Análisis y Enfoques

## Nivel Medio

### Prueba 2

2 de mayo de 2024

Zona A mañana | Zona B mañana | Zona C mañana

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

### Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

En un estudio se analizó el uso del teléfono móvil, un día concreto, por parte de una muestra aleatoria de diez estudiantes.

A continuación se detalla el tiempo ( $t$  horas) que estuvieron utilizando el teléfono estos diez estudiantes.

0,7    1,2    1,9    4,0    4,4    4,5    4,9    5,7    6,5    11,7

(a) Para estos datos, halle:

(i) La mediana

(ii) El rango intercuartil.

[3]

Un valor atípico es aquel que es menor que  $Q_1 - 1,5 \times RIC$  o mayor que  $Q_3 + 1,5 \times RIC$ .

(b) Muestre que 11,7 es un valor atípico.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....









5. [Puntuación máxima: 6]

Una partícula se mueve en línea recta de tal modo que su velocidad ( $v \text{ m s}^{-1}$ ) en el instante  $t$  segundos viene dada por  $v(t) = 1 + e^{-t} - e^{-\text{sen}2t}$  para  $0 \leq t \leq 2$ .

- (a) Halle la velocidad de la partícula en el instante  $t = 2$ . [1]
- (b) Halle la velocidad máxima de la partícula. [2]
- (c) Halle la aceleración de la partícula en el instante en el que cambia de sentido. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





No escriba soluciones en esta página.

### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

7. [Puntuación máxima: 14]

En un lago encontramos un tipo de pez denominado carpa. La longitud ( $L$  cm) de las carpas se puede modelizar mediante una distribución normal de media 45,6 cm y desviación típica igual a 4,2 cm.

Según este modelo, una carpa cuya longitud esté entre 41,4 cm y  $k$  cm se encuentra dentro de una desviación típica respecto de la media.

- (a) Escriba el valor de  $k$ . [2]
- (b) Halle la probabilidad de que una carpa elegida al azar mida más de 48 cm de largo. [2]
- (c) Se sabe que el 99% de las carpas del lago tienen una longitud mayor que  $x$  cm. Halle el valor de  $x$ . [2]
- (d) Considere una muestra aleatoria compuesta por 100 carpas procedentes del lago.
  - (i) Halle el número esperado de carpas cuyas longitudes están entre 40 cm y 56 cm.
  - (ii) Halle la probabilidad de que, en esta muestra, haya exactamente 95 carpas con longitudes entre 40 cm y 56 cm. [5]

Ahora se estudia una muestra de gran tamaño de carpas procedentes del lago. Se va midiendo la longitud de cada pez y se anota, redondeando al 0,1 cm más próximo.

- (e) Halle la probabilidad de que, para una carpa elegida al azar, se haya anotado una longitud de 45,6 cm. [3]



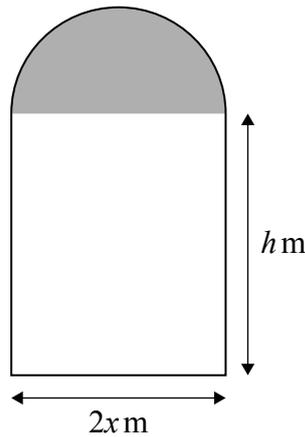
No escriba soluciones en esta página.

8. [Puntuación máxima: 15]

Una ventana se ha diseñado con forma de semicírculo unido a un rectángulo.

Las dimensiones de la zona rectangular son  $2x$  metros por  $h$  metros.

Esta ventana, con las dos zonas que la componen, se muestra en la siguiente figura.



Sea  $A$  metros cuadrados el área de la ventana.

(a) Escriba una expresión que dé  $A$  en función de  $x$  y  $h$ . [2]

Sea  $P$  metros el perímetro de la ventana.

(b) Sabiendo que  $P = 10$ , muestre que  $h = \frac{1}{2}(10 - 2x - \pi x)$ . [2]

La ventana se ha diseñado para que deje pasar la máxima cantidad de luz.

La zona rectangular de la ventana está hecha de vidrio transparente y deja pasar tres unidades de luz por metro cuadrado.

La zona semicircular de la ventana está hecha de vidrio tintado y deja pasar una unidad de luz por metro cuadrado.

(c) Muestre que la cantidad de luz ( $L$  unidades) que deja pasar la ventana viene dada por  $L = 30x - 6x^2 - \frac{5}{2}\pi x^2$ . [4]

(d) (i) Halle una expresión para  $\frac{dL}{dx}$ .

(ii) Halle el valor de  $x$  para el cual la ventana deja pasar la máxima cantidad de luz. Justifique que este valor de  $x$  corresponde a un máximo.

(iii) Halle el valor de  $h$  para el cual la ventana deja pasar la máxima cantidad de luz. [7]



No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 17]

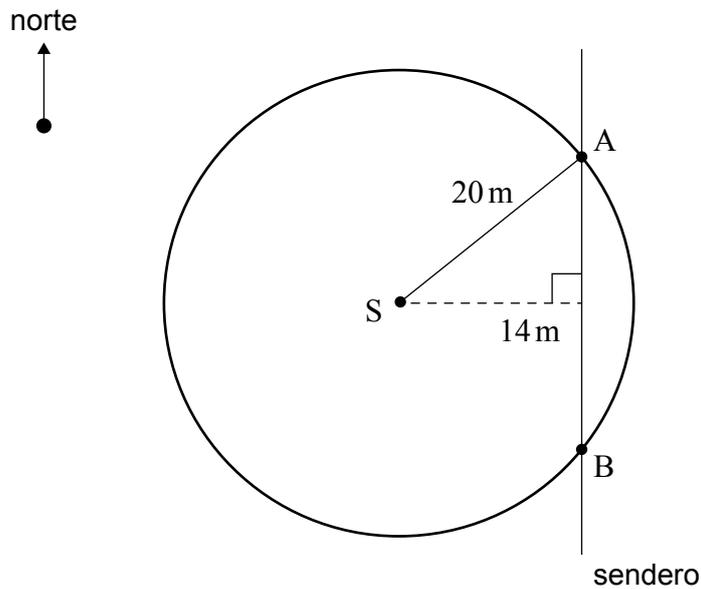
Un aspersor giratorio se encuentra en el punto fijo  $S$ .

Riega todos los puntos que están dentro de y sobre una circunferencia de 20 metros de radio.

El punto  $S$  se encuentra a 14 metros del borde de un sendero que discurre en dirección norte-sur.

El borde del sendero corta a la circunferencia en los puntos  $A$  y  $B$ .

Esta información se muestra en la siguiente figura.



(a) Muestre que  $AB = 28,57$ , redondeando a cuatro cifras significativas. [3]

El aspersor gira con una velocidad constante de una revolución cada 16 segundos.

(b) Muestre que el aspersor gira un ángulo de  $\frac{\pi}{8}$  radianes en un segundo. [1]

Sea  $T$  segundos el tiempo que se está regando  $[AB]$  en cada revolución.

(c) Halle el valor de  $T$ . [4]

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



No escriba soluciones en esta página.

**(Pregunta 9: continuación)**

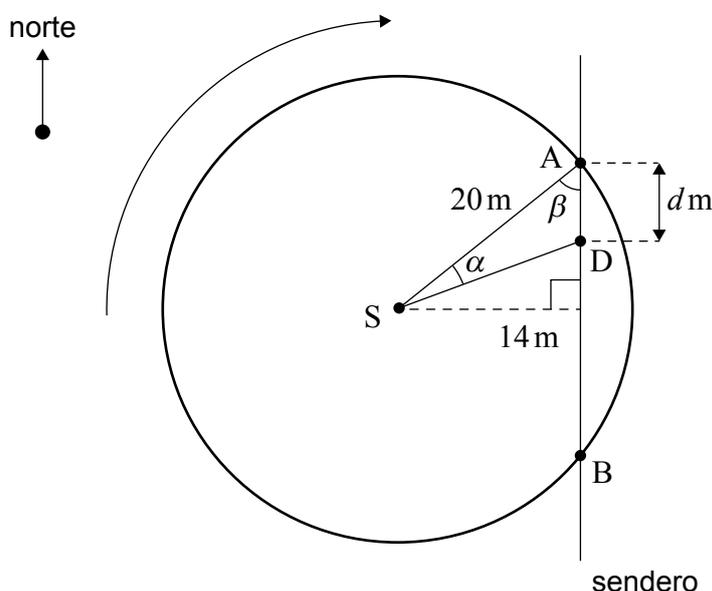
Considere una revolución del aspersor en el sentido de las agujas del reloj.

En el instante  $t = 0$ , el agua pasa por el borde del sendero en A.

En el instante  $t$  segundos, el agua pasa por el borde del sendero en un punto móvil D que está a una distancia de  $d$  metros al sur del punto A.

Sea  $\alpha = \widehat{ASD}$  y  $\beta = \widehat{SAB}$ , donde  $\alpha, \beta$  se miden en radianes.

Esta información se muestra en la siguiente figura.



- (d) Escriba una expresión que dé  $\alpha$  en función de  $t$ . [1]

Se sabe que  $\beta = 0,7754$  radianes, redondeando a cuatro cifras significativas.

- (e) Aplicando el teorema del seno a  $\triangle ASD$ , muestre que la distancia  $d$  en el instante  $t$  se puede modelizar mediante

$$d(t) = \frac{20 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{8}\right)}{\operatorname{sen}\left(2,37 - \frac{\pi t}{8}\right)}. \quad [3]$$

**(Esta pregunta continúa en la página siguiente)**



No escriba soluciones en esta página.

**(Pregunta 9: continuación)**

Una tortuga va caminando hacia el sur por el borde del sendero.

En el instante  $t$  segundos, la distancia ( $g$  metros al sur de A) a la que está la tortuga se puede modelizar mediante:

$$g(t) = 0,05t^2 + 1,1t + 18, \text{ donde } t \geq 0.$$

(f) En el instante  $t = 0$ , indique a qué distancia al sur de A está la tortuga. [1]

Sea  $w$  la distancia que hay entre la tortuga y el punto D en el instante  $t$  segundos.

(g) (i) Utilice las expresiones de  $g(t)$  y  $d(t)$  para escribir una expresión que dé  $w$  en función de  $t$ .

(ii) A partir de lo anterior, halle en qué instante y en qué lugar del sendero alcanza el agua a la tortuga por primera vez. [4]

