

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación
Nivel Superior
Prueba 1

1 de mayo de 2024

Zona A tarde | **Zona B** tarde | **Zona C** tarde

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[110 puntos]**.



Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 9]

Imani invierte 3000 \$ en una cuenta bancaria que paga un tipo de interés nominal anual del 1,25 %, compuesto mensualmente.

(a) Calcule cuánto dinero tendrá Imani en esa cuenta al cabo de 6 años completos. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales. [3]

(b) Calcule el número de meses que tendrán que pasar para que Imani tenga al menos 3550 \$ en la cuenta. [2]

Imani utiliza esos 3550 \$ como entrada para comprarse un coche de segunda mano que cuesta 22 000 \$. Para pagar la cantidad restante, pide un préstamo a un banco.

(c) Escriba cuánto dinero pide Imani como préstamo. [1]

El préstamo es a 8 años y el tipo de interés nominal anual es del 12,6 %, compuesto mensualmente. Imani devolverá el préstamo pagando una cuota mensual fija al final de cada mes.

(d) Calcule la cantidad —redondeando al número entero de dólares (\$) más próximo— que tendrá que pagar Imani al banco cada mes. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 1: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



20EP03

Véase al dorso

2. [Puntuación máxima: 6]

Jerry se dedica a hacer bombones artesanos. En promedio, 1 de cada 25 bombones que hace Jerry sale defectuoso. El que un bombón salga o no defectuoso es independiente de lo que suceda con el resto de bombones.

(a) En un lote compuesto por 20 bombones —elegidos al azar— halle la probabilidad de que:

(i) Haya dos defectuosos.

(ii) Haya más de dos que estén defectuosos.

[4]

Jerry vende los bombones que salen perfectos por 50 pesos cada uno y los defectuosos por 15 pesos cada uno.

(b) Calcule el número esperado de pesos que gana Jerry con la venta de un lote de 20 bombones elegidos al azar.

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 7]

La escala de pH mide la acidez de una solución. Su valor viene dado por la fórmula:

$$\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+],$$

donde $[\text{H}^+]$ es la concentración de iones hidrógeno (medida en moles por litro) que hay en la solución.

- (a) Calcule el valor del pH si la concentración de iones hidrógeno es igual a 0,0003. [2]

El pH de la leche es 6,6.

- (b) Calcule la concentración de iones hidrógeno que hay en la leche. [2]

La fuerza de un ácido se mide por la concentración de iones hidrógeno que haya.

Un limón tiene un pH de 2 y un tomate tiene un pH de 4,5.

- (c) Calcule cuántas veces más fuerte es el ácido de un limón en comparación con el ácido de un tomate. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 7]

Gustav juega a un juego en el que primero lanza una moneda equilibrada (es decir, no trucada) y luego tira un dado equilibrado de seis caras.

Si en la moneda sale cruz, la puntuación que saque con el dado será el número definitivo de puntos que obtenga Gustav.

Si en la moneda sale cara, se suma uno a la puntuación que saque con el dado y ese será el número definitivo de puntos que obtenga Gustav.

(a) Halle la probabilidad de que el número definitivo de puntos que obtenga Gustav sea 7. [2]

(b) Complete la siguiente tabla. [3]

Número definitivo de puntos	1	2	3	4	5	6	7
Probabilidad							

(c) Calcule el valor esperado del número definitivo de puntos que obtendrá Gustav. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 8]

El crecimiento anual de un árbol es el 80 % del crecimiento que tuvo el año anterior.

Este año el árbol tiene una altura de 42 m y hace un año su altura era de 37 m.

(a) Calcule cuál será el crecimiento anual del árbol el año próximo. [2]

(b) Calcule cuál será la altura del árbol dentro de 6 años. Dé la respuesta redondeando al número entero de cm más próximo. [4]

Si el árbol sigue este patrón de crecimiento, su altura nunca superará los k metros.

(c) Halle el menor valor posible de k . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Puntuación máxima: 6]

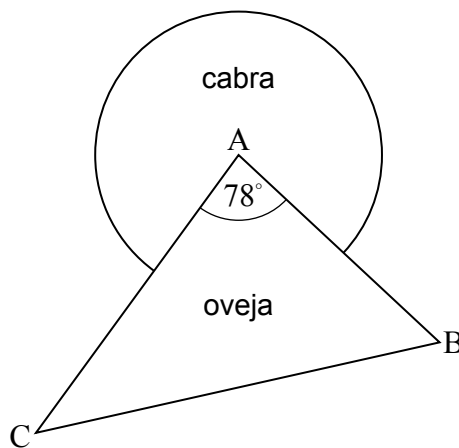
Una oveja está en un terreno que tiene forma de triángulo ABC.

$AC = 21$ metros, $AB = 15$ metros y $\hat{CAB} = 78^\circ$.

Una cabra está en un terreno adyacente que tiene forma de sector circular con centro en A, y radio igual a 8 metros.

Los terrenos se muestran en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



Determine cuál de los dos animales —la oveja o la cabra— está en el terreno de mayor superficie, e indique cuántos metros cuadrados adicionales tiene este terreno de mayor tamaño.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 4]

Considere la ecuación diferencial $\frac{dy}{dx} = xy - 1$, sabiendo que $y = 2$ para $x = 1$.

Utilice el método de Euler con un paso de 0,1 para hallar el valor aproximado de y para $x = 1,5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



8. [Puntuación máxima: 10]

El cuadrilátero ABCD tiene por coordenadas $A(1, 3, 5)$, $B(4, 7, 5)$, $C(5, 8, 7)$ y $D(2, 4, 7)$.

(a) Escriba $\vec{AD}$. [1]

(b) Calcule:

(i) El tamaño de $\hat{BAD}$.

(ii) El área del triángulo BAD. [7]

(c) Muestre que ABCD es un paralelogramo. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



9. [Puntuación máxima: 6]

El número de accidentes de tráfico que se produce en un cruce de carreteras se puede modelizar mediante una distribución de Poisson de media 0,76 accidentes por semana.

(a) Utilizando este modelo, calcule la probabilidad de que:

(i) En una semana dada haya al menos 2 accidentes.

(ii) En un período dado de 4 semanas haya exactamente 3 accidentes.

[4]

Las autoridades de tráfico locales quieren determinar la probabilidad de que ocurran menos de 2 accidentes por semana en exactamente 5 ocasiones, esto en un período de 8 semanas. Se asume que la ocurrencia semanal de accidentes es independiente de la semana en la que estos ocurren.

(b) Indique el modelo más apropiado que deberían utilizar las autoridades de tráfico para determinar esta probabilidad.

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

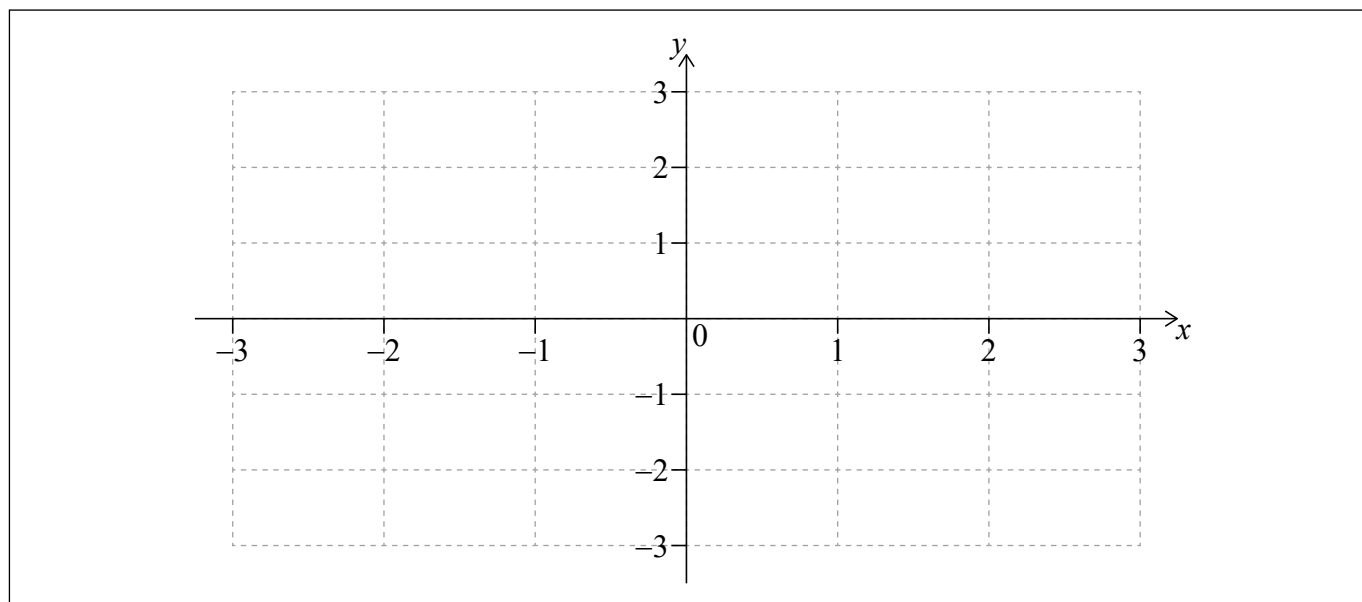
.....



10. [Puntuación máxima: 9]

Considere la función $f(x) = x\sqrt{3-x^2}$, $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$.

(a) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = f(x)$ en los siguientes ejes de coordenadas. [2]



La región delimitada por el gráfico de $y = f(x)$ y el eje x se rota 360° alrededor del eje x .

(b) (i) Escriba una integral que represente este volumen.

(ii) Calcule el valor de esta integral.

[4]

El gráfico de la función f se transforma en el gráfico de la función g de la siguiente manera:

- Primero se realiza un estiramiento de razón 2, paralelo al eje x , manteniendo el eje y invariante.
- Luego se realiza un estiramiento de razón 0,5, paralelo al eje y , manteniendo el eje x invariante.

(c) Halle el volumen que se obtiene cuando la región delimitada por el gráfico de $y = g(x)$ y el eje x se rota 360° alrededor del eje x .

[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 10: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

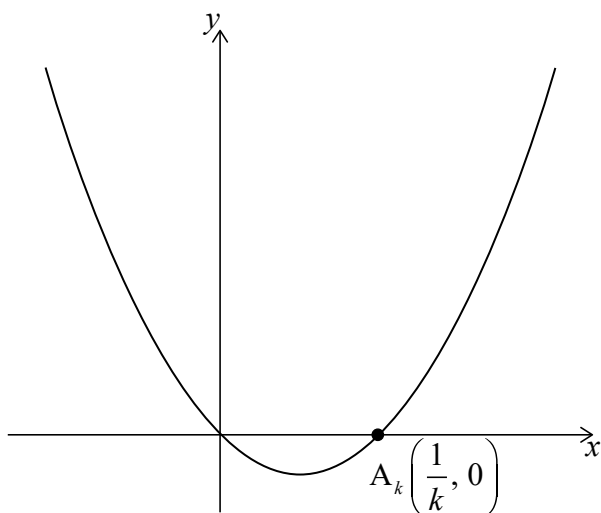


20EP13

Véase al dorso

11. [Puntuación máxima: 9]

La figura muestra una curva que tiene por ecuación $y_k = kx^2 - x$, $k > 0$, y que corta al eje x en el origen y en el punto $A_k\left(\frac{1}{k}, 0\right)$.



La normal a la curva en A_k vuelve a cortar a la curva en un punto B_k .

- (a) Muestre que la coordenada x de B_k es $-\frac{1}{k}$. [6]

Considere el caso en el que $k = 2$.

- (b) Calcule el área finita de la región delimitada por la curva cuya ecuación es $y_2 = 2x^2 - x$ y la normal a la curva en A_2 . [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 11: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



20EP15

Véase al dorso

12. [Puntuación máxima: 7]

Un pato se encuentra sentado en un estanque de patos en el punto $A(7, 4, 0)$ respecto a un origen O . En este ejercicio las longitudes se miden en metros y el tiempo (t) se mide en segundos. El pato echa a volar y vuela en línea recta según la ecuación vectorial

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Halle la celeridad del pato mientras está volando (en m s^{-1}).

[2]

Un halcón en vuelo, con vector de posición $\begin{pmatrix} -38 \\ 134 \\ 315 \end{pmatrix}$ respecto a O , ve al pato echar a volar e inmediatamente se lanza desde su posición con vector de velocidad constante $\begin{pmatrix} 15 \\ -20 \\ -60 \end{pmatrix}$ para tratar de interceptar al pato.

- (b) Escriba la ecuación vectorial para $\mathbf{h}$, que modeliza el vuelo del halcón.

[1]

- (c) Halle el vector de posición del punto en el que el halcón intercepta al pato.

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. [Puntuación máxima: 8]

Una partícula parte del reposo en el punto O y se mueve en línea recta con una velocidad (v) que viene dada por

$$v = 3\sin(t)(1 + \cos(t)), \quad t \geq 0$$

donde v se mide en metros por segundo y el tiempo, t (radianes), se mide en segundos.

La partícula llega luego a un reposo instantáneo cuando $t = a$.

- (a) Determine el valor de a . [2]
- (b) Halle la velocidad máxima de la partícula en el intervalo $0 \leq t \leq a$. [2]
- (c) Hallando la distancia total que ha recorrido entre $t = 0$ y $t = a$, halle la celeridad promedio de la partícula en el intervalo $0 \leq t \leq a$. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



14. [Puntuación máxima: 6]

Una taza de agua caliente se coloca en una habitación y se deja enfriar durante media hora. Van midiendo la temperatura del agua (en °C) cada 5 minutos. Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

Tiempo (min)	5	10	15	20	25	30
Temperatura (°C)	59	52	46	40	35	29

Akira utiliza la función potencia $T(t) = at^b + 25$ para modelizar la temperatura (T) del agua t minutos después de haberla colocado en la habitación.

(a) Indique qué representa el valor 25 en este contexto. [1]

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar el valor de a y el de b . [3]

Soo Min modeliza la temperatura (T) del agua t minutos después de haberla colocado en la habitación así: $T(t) = kc^t + 25$.

(c) Halle el valor de k y el de c . [1]

(d) Indique una razón por la cual el modelo de Soo Min de la temperatura se ajusta mejor a los datos que el modelo de Akira. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



15. [Puntuación máxima: 8]

Considere el número complejo $z = -1 + i$.

- (a) Exprese z en la forma $re^{i\theta}$, donde $-\pi < \theta \leq \pi$. [2]

A y B son los puntos del diagrama de Argand que representan a los números complejos z y z^2 , respectivamente.

A se transforma en B mediante la composición de una rotación y una homotecia.

- (b) (i) Describa en su totalidad esta transformación de A en B, indicando la razón de la homotecia y el ángulo de la rotación.
- (ii) Halle y simplifique una matriz que transforme A en B. [5]
- (c) Halle el número entero positivo más pequeño posible (n) para el cual z^n es real y positivo. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



20EP20