

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Matemáticas: Análisis y Enfoques

## Nivel Medio

### Prueba 1

24 de octubre de 2024

Zona A tarde | Zona B tarde | Zona C tarde

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 hora 30 minutos

#### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.















No escriba soluciones en esta página.

### Sección B

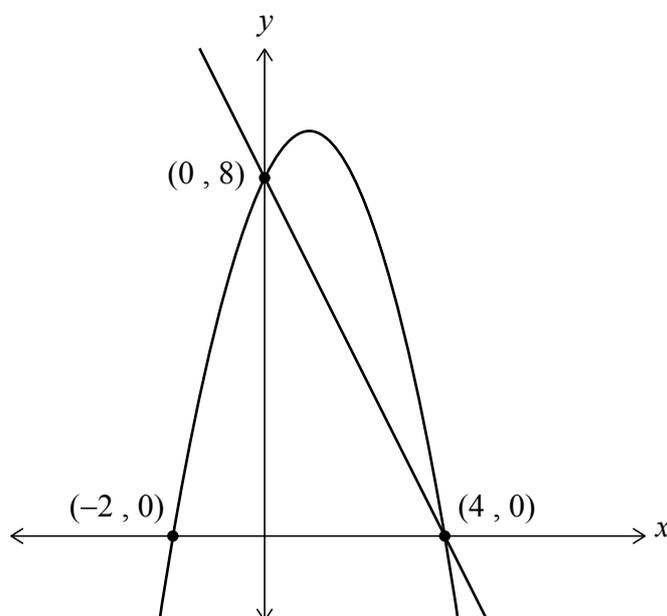
Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

7. [Puntuación máxima: 16]

La siguiente figura muestra una parte de los gráficos de dos funciones  $f$  y  $g$ .

El gráfico de  $f$  es lineal, la intersección con el eje  $x$  está en  $(4, 0)$  y la intersección con el eje  $y$  está en  $(0, 8)$ .

En el gráfico de  $g$ , las intersecciones con el eje  $x$  están en  $(-2, 0)$  y  $(4, 0)$  y la intersección con el eje  $y$  está en  $(0, 8)$ .



(a) Escriba la ecuación de  $f$  en la forma  $f(x) = mx + c$ . [2]

La función  $g$  viene dada por  $g(x) = -x^2 + bx + 8$ , donde  $b$  es una constante real.

(b) Halle el valor de  $b$ . [3]

(c) Muestre que el área de la región delimitada por el gráfico de  $f$  y el gráfico de  $g$  se puede representar mediante la integral definida  $\int_0^4 (-x^2 + 4x) dx$ . [2]

(d) A partir de lo anterior, halle el área de la región delimitada por el gráfico de  $f$  y el gráfico de  $g$ . [4]

El punto  $P$  pertenece al gráfico de  $g$ . La tangente al gráfico de  $g$  en  $P$  es paralela al gráfico de  $f$ .

(e) Halle las coordenadas de  $P$ . [5]



**No** escriba soluciones en esta página.

8. [Puntuación máxima: 14]

La función  $f$  se define así:  $f(x) = \log_2(4x)$ , donde  $x > 0$ .

(a) Halle el valor de

(i)  $f(8)$ ;

(ii)  $f\left(\frac{1}{4}\right)$ .

[3]

(b) Halle una expresión para  $f^{-1}(x)$ .

[4]

(c) A partir de lo anterior —o de cualquier otro modo alternativo— halle  $f^{-1}(0)$ .

[1]

El gráfico de  $y = f(16x^3)$  se puede obtener mediante una traslación y un estiramiento del gráfico de  $y = \log_2 x$ .

(d) Describa estas dos transformaciones, especificando el orden en el que hay que realizarlas.

[6]



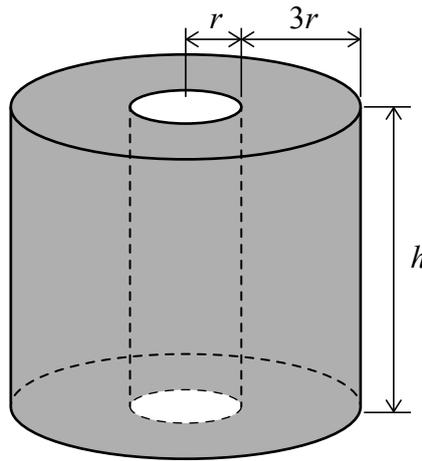
No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 17]

Considere un cilindro de radio  $4r$  y altura  $h$ . Se extrae del centro un cilindro más pequeño de radio  $r$ , para formar así un cilindro hueco. Toda esta información se representa en la siguiente figura.

Todas las longitudes se dan en centímetros.

la figura no está dibujada a escala



El área total de la superficie del cilindro hueco, en  $\text{cm}^2$ , viene dada por  $S$ .

El volumen del cilindro hueco, en  $\text{cm}^3$ , viene dado por  $V$ .

(a) Muestre que  $S = 30\pi r^2 + 10\pi r h$ . [3]

(b) El área total de la superficie del cilindro hueco es igual a  $240\pi \text{cm}^2$ .

Muestre que  $V = 360\pi r - 45\pi r^3$ . [6]

(c) Halle una expresión para  $\frac{dV}{dr}$ . [2]

El cilindro hueco alcanza un volumen máximo cuando  $r = p\sqrt{\frac{2}{3}}$ , donde  $p \in \mathbb{Z}^+$ .

(d) Halle el valor de  $p$ . [3]

(e) A partir de lo anterior, halle este volumen máximo. Dé su respuesta en la forma  $q\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ , donde  $q \in \mathbb{Z}^+$ . [3]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



12EP11

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



12EP12